



***Подготовка к ЕГЭ
по математике
в 11 классе
2024 г***

Чуб Е.В. Учитель математики МБОУ СОШ№5 Калининского района

Единый государственный экзамен (ЕГЭ)

— это форма государственной
итоговой аттестации (ГИА) по
образовательным программам
среднего общего
образования.

Математика – обязательный экзамен



При проведении ЕГЭ используются **контрольные измерительные материалы (КИМ)**, представляющие собой комплексы заданий стандартизированной формы. Для оформления ответов на задания КИМ используются **специальные бланки**.

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор

ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»



О.А. Решетникова

«10» ноября 2023 г.

На
ФП

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор

ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»



О.А. Решетникова

«10» ноября 2023 г.

«СОГЛАСОВАНО»

Председатель

Научно-методического совета

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор

ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»



О.А. Решетникова

«10» ноября 2023 г.

«СОГЛАСОВАНО»

Председатель

Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

Д.В. Ливанов

«10» ноября 2023 г.

Кодификатор

веряемых требований к результатам образовательной программы среднего и элементов содержания для единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

подготовлен федеральным государственным научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Единый государственный экзамен

Демонстрационные контрольные измерительные материалы единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

подготовлен федеральным государственным научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

подготовлена федеральным государственным бюджетным научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

ЕГЭ по математике

Базовый уровень

Для поступающих на гуманитарные и некоторые естественнонаучные специальности.

Оценивается по 5-балльной шкале.
Не учитывается при приеме в ВУЗ, но является обязательным для получения аттестата.

Профильный уровень

Сдают все, кто планирует поступать на специальности физико-математического направления, а также на инженерные факультеты и IT-направление.

Оценивается по 100-балльной шкале.
Учитываются при получении аттестата, могут быть использованы в качестве вступительных испытаний при поступлении в ВУЗ

Структура КИМ (базовый уровень)

Экзаменационная работа включает в себя 21 задание с кратким ответом базового уровня сложности. Все задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Ответом к каждому из заданий 1–21 является целое число, или конечная десятичная дробь, или последовательность цифр. Задание с кратким ответом считается выполненным, если верный ответ записан в бланке ответов №1 в той форме, которая предусмотрена инструкцией по выполнению задания.

Содержательные разделы	Количество заданий
Числа и вычисления	8
Уравнения и неравенства	4
Функции и графики	1
Начала математического анализа	1
Множества и логика	1
Вероятность и статистика	1
Геометрия	5
Итого	21

Структура КИМ (профильный уровень)

Экзаменационная работа состоит из двух частей и включает в себя 19 заданий, которые различаются по содержанию, сложности и количеству заданий:

- часть 1 содержит 12 заданий (задания 1–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;
- часть 2 содержит 7 заданий (задания 13–19) с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задание с кратким ответом (1–12) считается выполненным, если в бланке ответов No 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий с развёрнутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов No2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

Структура КИМ (профильный уровень)

Задания части 1 проверяют следующий учебный материал.

1. Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы.
2. Вероятность и статистика, 10-11 классы.
3. Геометрия, 10-11 классы.

Задания части 2 проверяют следующий учебный материал.

1. Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы.
2. Геометрия, 10-11 классы.

Оценивание (базовый уровень)

Оценивание правильности выполнения заданий, предусматривающих краткий ответ, осуществляется с использованием специальных аппаратно- программных средств.

Правильное выполнение каждого из заданий 1-21 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Максимальный балл за выполнение экзаменационной работы - 21.

Общее время выполнения работы - **3 часа (180 мин.)**

Оценивание (базовый уровень)

Всего за 21 задание можно получить 21 первичных баллов, которые переводятся в оценку по утвержденной Рособрнадзором шкале:

Оценка	Баллы
2	0-6
3	7-11
4	12-16
5	17-21

Оценивание (профильный уровень)

Оценивание правильности выполнения заданий, предусматривающих краткий ответ, осуществляется с использованием специальных аппаратно- программных средств.

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом.

Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и совпадает с эталоном ответа.

Проверка выполнения заданий 13–19 проводится экспертами на основе разработанной системы критериев оценивания.

Полное правильное решение каждого из заданий 13, 15 и 16 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 14 и 17 – 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами.

Максимальный первичный балл за выполнение экзаменационной работы – 32.

На основе результатов выполнения всех заданий работы определяются первичные баллы, которые затем переводятся в тестовые по 100-балльной шкале.

Оценивание (профильный уровень)

- › Красной линией обозначен минимальный порог для поступления в вузы и получения аттестата.
- › Оранжевой линией для поступления в подведомственные вузы Минобрнауки.

Первичный балл	Тестовый балл
1	6
2	11
3	17
4	22
5	27
6	34

7	40
8	46
9	52
10	58
11	64
12	66
13	68
14	70

15	72
16	74
17	76
18	78
19	80
20	82
21	84
22	86

23	88
24	90
25	92
26	94
27	96
28	98
29	100
30	100
31	100

ПЛАН ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ 2024 ГОДА

(базовый уровень)

Но- мер зада- ния	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программа	Уро- вень слож- ности зада- ния	Макси- маль- ный балл за выпол- нение зада- ния	Примерное время вы- полнения задания вы- пусником, изучавшим математику на базовом уровне (в мин.)
1	Выполнять вычисление значений и преобразования выражений	Б	1	7
2	Умение решать текстовые задачи разных типов, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов, умение оценивать размеры объектов окружающего мира	Б	1	5
3	Умение извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках	Б	1	5
4	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений, умение решать текстовые задачи разных типов	Б	1	4
5	Умение вычислять в простейших случаях вероятности событий	Б	1	10
6	Умение извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках	Б	1	11
7	Умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, определять значение функции по значению аргумента; описывать по графику поведение и свойства функции	Б	1	7
8	Умение проводить доказательные рассуждения	Б	1	8

ПЛАН ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ 2024 ГОДА

(базовый уровень) (продолжение)

9	Умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира	Б	1	6
10	Умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии		1	10
11	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин, использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы		1	11
12	Умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии		1	8
13	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин, использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы		1	8
14	Выполнять вычисление значений и преобразования выражений		1	5
15	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений, умение решать текстовые задачи разных типов		1	8

ПЛАН ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ 2024 ГОДА

(базовый уровень) (продолжение)

16	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений	Б	1	7
17	Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения	Б	1	7
18	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений, решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства	Б	1	8
19	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений, умение решать текстовые задачи разных типов, умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи	Б	1	15
20	Умение решать текстовые задачи разных типов, решать уравнения	Б	1	15
21	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений, умение решать текстовые задачи разных типов, умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи	Б	1	15

ПЛАН ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ 2024 ГОДА

(профильный уровень)

Заданий базового уровня сложности 7, повышенного — 10, высокого — 2.

Работа рассчитана на 235 минут.

Обозначение уровня сложности задания: Б — базовый, П — повышенный, В — высокий.

Проверяемые требования (умения)	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания (мин.)	
			базовый уровень / профильный уровень	
Задание 1. Умение оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подробные фигуры; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	Б	1	5	3
Задание 2. Умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, угол между векторами	Б	1	5	3
Задание 3. Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объём фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	Б	1	10	3

ПЛАН ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ 2024 ГОДА

(профильный уровень) (продолжение)

Задание 4. Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность	Б	1	5	2
Задание 5. Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы	П	1	15	7
Задание 6. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	Б	1	5	2
Задание 7. Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений	Б	1	5	3
Задание 8. Умение оперировать понятиями: функция, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, производная функции, первообразная; находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; находить площади фигур с помощью интеграла	Б	1	10	5

ПЛАН ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ 2024 ГОДА

(профильный уровень) (продолжение)

Задание 9. Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	П	1	10	5
Задание 10. Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	П	1	15	6
Задание 11. Умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений	П	1	15	8
Задание 12. Умение оперировать понятиями: экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций	П	1	15	8
Задание 13. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	П	2	20	10

ПЛАН ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ 2024 ГОДА

(профильный уровень) (продолжение)

Задание 14. Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, поверхность вращения, площадь поверхности, сечение; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	п	3	40	20
Задание 15. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	п	2	30	15
Задание 16. Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами	п	2	30	25

ПЛАН ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ 2024 ГОДА

(профильный уровень) (продолжение)

Задание 17. Умение оперировать понятиями: точка, прямая, отрезок, луч, величина угла; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, использовать геометрические отношения при решении задач; умение находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	П	3		35
Задание 18. Умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами	В	4		35
Задание 19. Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; умение выбирать подходящий метод для решения задачи	В	4		40

ЧТО МОЖНО ВЗЯТЬ С СОБОЙ НА ЭКЗАМЕН

На экзамене по математике разрешается
пользоваться линейкой, которая не содержит
справочную
информацию, для построения чертежей и рисунков

Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Степень и логарифм

Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма при $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

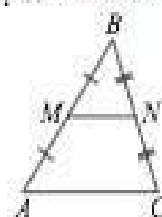
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

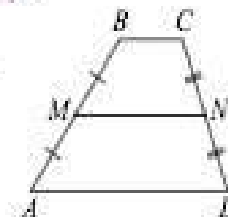
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

Геометрия

Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

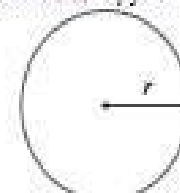
Теорема Пифагора



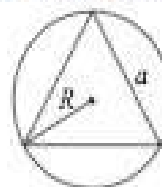
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности
 Площадь круга

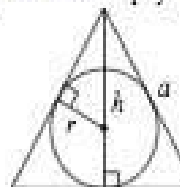
$C = 2\pi r$
 $S = \pi r^2$



Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



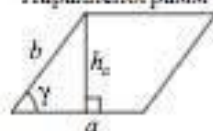
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Площади фигур

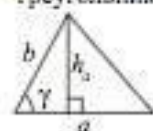
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

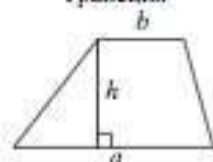
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

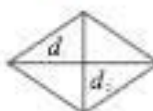
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Ромб

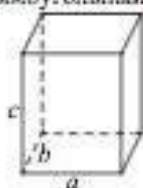


d_1, d_2 – диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

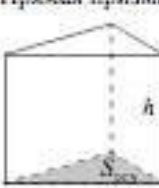
Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



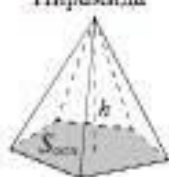
$$V = abc$$

Прямая призма



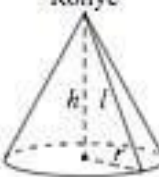
$$V = S_{осн} h$$

Пирамида



$$V = \frac{1}{3} S_{осн} h$$

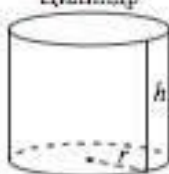
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = \pi r l$$

Цилиндр



$$V = \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = 2\pi r h$$

Шар

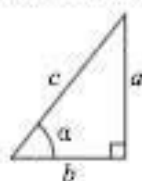


$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

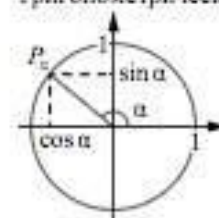


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



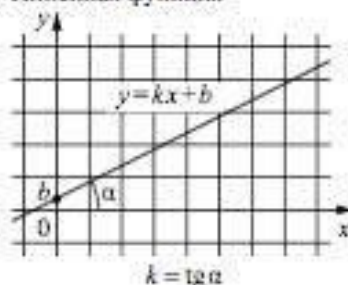
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

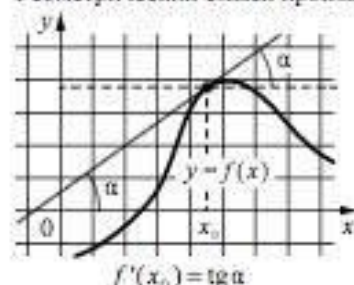
α	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной



Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



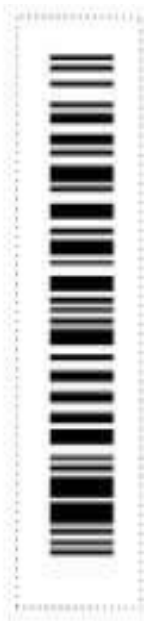
ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН - 2021

БЛАНК РЕГИСТРАЦИИ

Код региона	Код образовательной организации	Класс Номер Буква	Код ППЭ	Номер аудитории
<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>



Код предмета	Название предмета	Дата проведения ЕГЭ (ДД-ММ-ГГ)	Резерв - 1
<input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> - <input type="text"/> <input type="text"/> - <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/>



Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 X V I L -

ВНИМАНИЕ! Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте

СВЕДЕНИЯ ОБ УЧАСТНИКЕ ЕГЭ

Фамилия

Имя

Отчество

(при наличии)

Документ

Серия

Номер

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2022 года
по МАТЕМАТИКЕ

Базовый уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа включает в себя 21 задание.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются по приведённым ниже образцам в виде числа или последовательности цифр. Сначала запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания.

КИМ

Ответ: -0,6

-	0	,	6											
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

Если ответом является последовательность цифр, как в приведённом ниже примере, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

КИМ

Ответ:

А	Б	В	Г
4	3	1	2

4	3	1	2											
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланке ответов № 1 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, или целое число, или последовательность цифр. Ответ сначала запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2022 года
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

М

Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ЕГЭ-2024: советы тем, кто готовится сдавать математику

1. Чем раньше, тем лучше

Начинать готовиться как можно раньше. ФИПИ опубликовал перспективные модели новых заданий. Конечно, какие-то старые вопросы остались, но появились и незнакомые практико-ориентированные задания, которых в ЕГЭ раньше не было.

Облегчит подготовку то, что в открытом банке ФИПИ, и на известных ресурсах РешуЕГЭ и «Незнайка» тренировочные варианты начали размещать. Первое время, пока будут происходить обновления на интернет-ресурсах, можно готовиться к ЕГЭ по новым заданиям

ЕГЭ-2024: советы тем, кто готовится сдавать математику

2. Прорешивать тесты — не всегда эффективно

Ученикам, которые хотят получить за ЕГЭ по математике высокие баллы, необходимо определить, какие задания для них являются сложными, а какие простыми. Важно сосредоточиться именно на сложных заданиях. Отработку простых при этом тоже нельзя пускать на самотёк. Время от времени возвращайтесь к ним и следите за динамикой своих успехов. Для качественной подготовки используйте демоверсии ФИПИ, сайты РешуЕГЭ, ресурс Алекса Ларина, а также YouTube-каналы.

ЕГЭ-2024: советы тем, кто готовится сдавать математику

3. Учите формулы и теоремы

Выучить сразу все формулы и теоремы нереально. Поэтому разместите их рядом с рабочим местом дома и учите постепенно. Помните, что на реальном экзамене одна выученная теорема может сэкономить вам примерно 10-20 минут. В стрессовой ситуации примерно столько времени нужно, чтобы вспомнить то, что не было заучено на этапе подготовки.

ЕГЭ-2024: советы тем, кто готовится сдавать математику

4. Определите «потолок» баллов и просчитайте «свои» задания

У ЕГЭ по профильной математике есть своя специфика и свои уникальные лайфхаки. Низкий средний балл, связан с высочайшей сложностью заданий с развёрнутыми ответами. На этапе подготовки подсчитайте, какие баллы ЕГЭ вы ожидаете увидеть в личном кабинете после экзамена. Потом просчитайте, какие правильно решённые задания помогут вам набрать именно такое количество баллов. Вы же любите математику? Значит, сможете это сделать. Не стремитесь решить весь вариант (хотя постараться стоит). Создайте уникальный алгоритм достижения желаемого результата, выписав те номера заданий, которые в сумме приведут вас к ожидаемым баллам.

ЕГЭ-2024: советы тем, кто готовится сдавать математику

5. Тайминг — ваше тайное оружие

Каждый второй высокобалльник после реального ЕГЭ по профильной математике жалуется, что ему не хватило времени. Если вы последуете совету № 4, обязательно засекайте, сколько времени вам надо на выполнение всех заданий, которые вы будете точно решать на ЕГЭ для получения определённого количества баллов. Когда вы уже будете прилично подготовлены, обязательно займитесь работой с таймингом. Учитесь укладываться в отведённые временные рамки.

ЕГЭ-2024: советы тем, кто готовится сдавать математику

6. Пишите пробники

Шестой пункт вытекает из пятого. Проходите пробники как можно чаще. Обязательно фиксируйте не только количество набранных баллов, но и типичные ошибки. Пробные экзамены старайтесь

проходить в реальных боевых условиях: время пробника не должно превышать прописанного в демоверсии, попробуйте решать всё без калькулятора, ни в коем случае не пользуйтесь подсказками и шпаргалками.

ЕГЭ-2024: советы тем, кто готовится сдавать математику

7. Избегайте ошибок по невнимательности

Не хочется пугать вас страшными историями о том, как ежегодно школьники теряют баллы из-за невнимательности или небрежности в вычислениях. Но на ЕГЭ по математике таких печальных историй всегда больше, чем на экзаменах по другим предметам. Это ещё одна специфика ЕГЭ по профильной математике: мало правильно ответить, надо ещё все правильно оформить. Недостаточно всё решить, надо ещё и убедиться, что вы не допустили никаких ошибок в вычислениях и не вписали в бланк неправильный ответ. Советую читать условия и проверять свои записи как минимум два раза. Если заметите, что у вас при подготовке были ошибки именно по глупости, запомните их, чтобы не наступить на эти грабли на реальном экзамене.

ЕГЭ-2024: советы тем, кто готовится сдавать математику

8. К тяжелым заданиям делайте несколько подходов

В первую очередь это касается заданий на геометрию. Не получилось решить сегодня – попробуйте вернуться к задаче завтра или послезавтра. Топовые задачи подвластны только тем, кто прокачал заранее этот уникальный навык – умение нащупывать правильные идеи решения, казалось бы, нерешаемой задачи. Тем более в новой демоверсии таких задач будет ещё больше, чем раньше.

ЕГЭ-2024: советы тем, кто готовится сдавать математику

9. Участвуйте в олимпиадах

Обязательно попробуйте свои силы на различных олимпиадах. Льготы при поступлении дают победа или призерство во Всероссийской олимпиаде школьников, а также вузовских олимпиадах.

Практика поступления в университеты наглядно показала, что в топовых вузах иногда недостаточно иметь 100 баллов на ЕГЭ, чтобы получить бюджетное место. Бывало, что все без исключения заветные бесплатные места доставались олимпиадникам. Эти выпускники зачисляются в вузы в первую очередь.

Верьте в себя, хорошо готовьтесь, и вы обязательно станете победителем или призером! Но и про подготовку к ЕГЭ не забывайте.

Топ-10 основных ошибок на ЕГЭ по математике.

90% ошибок на экзамене происходит из-за невнимательности.

Составители вариантов ЕГЭ специально делают такие задачи, где очень легко допустить ошибку.

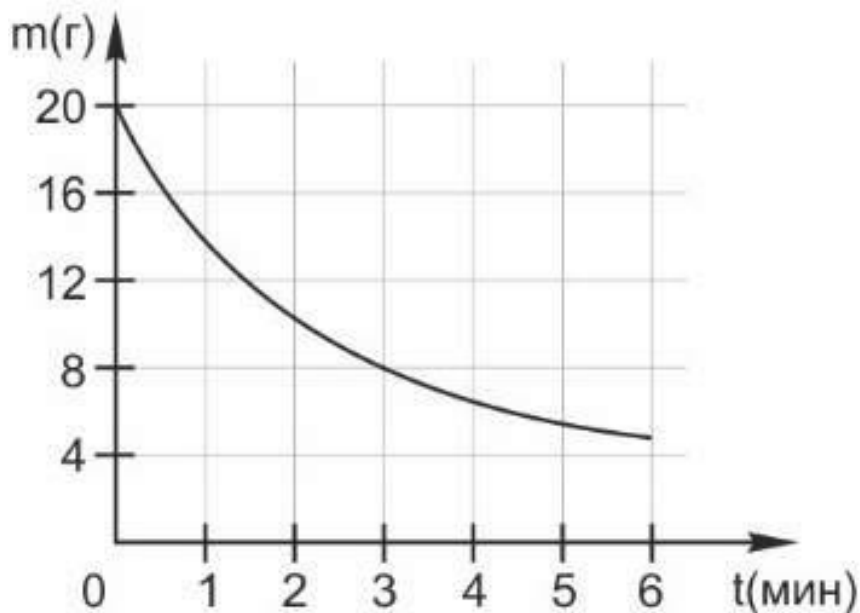
Советы.

Решайте задачи, где есть текст. К сожалению, до 40 процентов ошибок на экзаменах связаны именно с тем, что ученик не так прочитал, неправильно понял условие. Каждый год десятки тысяч ребят решают, казалось бы, "правильно", но вовсе не ту задачу, которая дана. И получают за нее в итоге "законный" ноль... Поэтому внимательно читайте условия. И когда у вас получился какой-то ответ сверьте его с условием.

Не спешите и не считайте в уме. Если торопиться, даже базовые арифметические навыки могут подвести. Огромное количество ошибок связано с дробями, процентами и с отрицательными числами. Особенно с отрицательными числами! Обиднее всего, когда за задачу на теорию вероятностей получаешь ноль баллов из-за простейшей вычислительной ошибки. Поэтому и при подготовке, и на самом экзамене избегайте вычислений в уме: обязательно пишите промежуточные выкладки. Как только вы совершаете два действия в уме, это сразу повышает риск ошибки.

1. 10-е место. Даже в этой примитивной задаче есть возможность поставить ловушку.

В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое еще не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат – масса оставшегося реагента, который еще не вступил в реакцию (в граммах). Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за три минуты?



Решение:

Это задача на внимательность. На графике показано изменение массы оставшегося реагента, а найти количество вещества, вступившего в реакцию. Согласно графику, в начальный момент времени было 20 граммов реагента, а через три минуты стало 8 граммов. Следовательно, в реакцию вступило 12 граммов вещества.

Ответ: 12.

2. 9-е место. Правило простое: видишь в уравнении квадратный корень – будь особенно внимателен!

Решите уравнение $\sqrt{72 - x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Что получилось у вас? Если ваш ответ: - 9, значит, вы забыли, что такое арифметический квадратный корень.

3. 8-е место. Модули! Повтори на всякий случай определение модуля.

Вычислите $|x - 9| + |x - 4|$ при $5 < x < 8$.

Решение:

В этом выражении два знака модуля. Раскроем каждый из них по определению:

$$|x - 9| = \begin{cases} x - 9, & \text{если } x - 9 \geq 0 \\ 9 - x, & \text{если } x - 9 < 0 \end{cases}$$

$$|x - 4| = \begin{cases} x - 4, & \text{если } x - 4 \geq 0 \\ 4 - x, & \text{если } x - 4 < 0 \end{cases}$$

По условию, $5 < x < 8$. Значит, $x - 9 < 0$, и первый модуль раскрывается с противоположным знаком (с «минусом»), а $x - 4 > 0$ – и второй модуль раскрывается с «плюсом».

$$\text{Получим: } |x - 9| + |x - 4| = 9 - x + x - 4 = 5.$$

4. 7-е место. Может быть, мы что-то пропустили? Да, конечно!

Розничная цена учебника 180 рублей, она на 20% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 10 000 рублей?

Решение:

За 100% принимаем ту величину, с которой мы сравниваем. А вы помните это правило?

В нашем случае за 100% принимаем x – оптовую цену учебника.

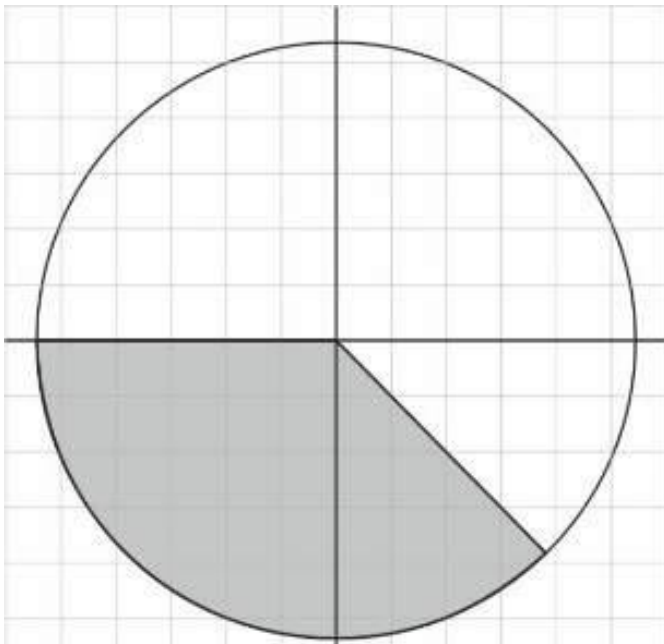
Поскольку розничная цена учебника на 20% выше оптовой, получим, что $1,2x = 180$ и $x = 150$ рублей. Поделим 10000 на 150.

$$\frac{10000}{150} = \frac{1000}{15} = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}. \text{ Очевидно, округляем до меньшего.}$$

Ответ: 66.

5. 6-е место, планиметрия.

На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 2,8. Найдите площадь закрашенного сектора.



Вам показалось, что надо посчитать, сколько клеточек на рисунке равно радиусу круга?

На самом деле не надо.

Решение:

На рисунке изображен сектор, то есть часть круга. Но какая же это часть? Это четверть круга и еще $1/8$ круга, то есть $3/8$ круга.

Значит, нам надо умножить площадь круга на $3/8$. Получим:

$$\frac{3}{8} \cdot 2,8 = 1,05$$

Обратите внимание – нужно найти площадь закрашенного сектора, который на рисунке показан темным цветом. А площадь оставшейся части (как многие из вас делают) находить не надо!

Ответ: 1,05.

6. 5-е место. Знаменитая задача про рельс. Сколько абитуриентов отправились вместо «бюджета» на платное из-за того, что не проверили ответ, который нашли в этой задаче!

При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0=10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Решение:

Запомни, друг: видишь в задаче на ЕГЭ рельс – включай мозги! И если у тебя получилось (как у 90% тех, кто решал эту задачу), что рельс удлинится на 3 миллиметра при температуре 7000 градусов – то этого быть не может. Потому что 7000 градусов - это больше, чем температура на поверхности Солнца! Рельс расплавится.

Зависимость $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$ – это функция длины рельса от температуры. Длина рельса зависит от температуры, согласно данной в условии формулу. Подставим в эту формулу начальные значения:

$$l_0 = 10 \text{ м и } \alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}.$$

Рельс удлинился на 3 мм, то есть в какой-то момент его длина стала на 3 мм больше. Значит, при определенной температуре длина рельса $l(t)$ стала равной 10 м + 3 мм.

Теперь переведем миллиметры в метры. Один миллиметр – это одна тысячная часть метра (1 мм = 0,001 м = 10^{-3} метра).

$$l(t) = 10 + 3 \cdot 10^{-3} \text{ (м)}$$

Получим:

$$10 + 3 \cdot 10^{-3} = 10(1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t)$$

Это линейное уравнение с одной переменной t . Раскроем скобки в правой части

$$10 + 3 \cdot 10^{-3} = 10 + 12 \cdot 10^{-5} \cdot t$$

Находим t :

$$t = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{12 \cdot 10^{-5}} = \frac{1}{4} \cdot 10^2 = \frac{100}{4} = 25.$$

При температуре 25 градусов Цельсия рельс удлинится на 3 мм.

Ответ: 25

7. 4-е место. Еще одна знаменитая задача: сожги прибор, посмотри на пожарных!

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10$ К/мин, $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

Решение:

По условию, зависимость температуры нагревательного элемента от времени определяется формулой:

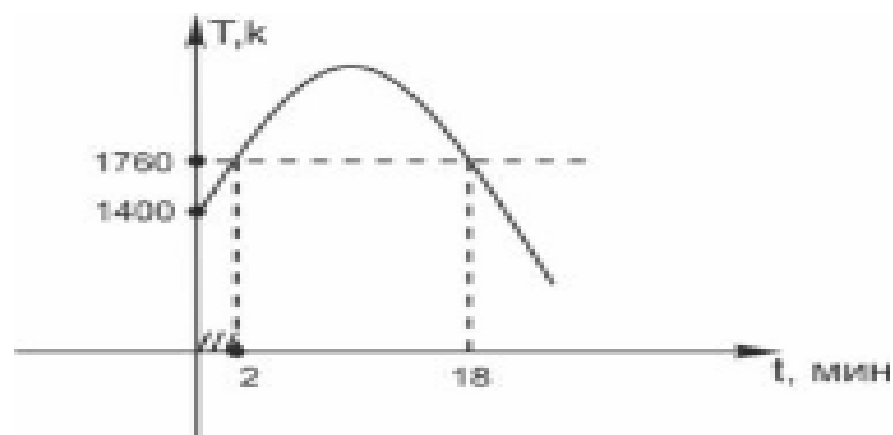
$$T(t) = 1400 + 200t - 10t^2,$$

В нормальном режиме работы прибора должно выполняться неравенство $T \leq 1760$, или

$$1400 + 200t - 10t^2 \leq 1760.$$

Нарисуем график зависимости температуры нагревателя от времени:

$T(t) = 1400 + 200t - 10t^2$, Это квадратичная парабола с ветвями вниз.



Мы включаем прибор в момент времени $t = 0$. Температура нагревателя повышается и в момент времени t_1 достигает 1760 К. Если в этот момент прибор не выключить, температура продолжает повышаться. Но это значит, что прибор испортится, то есть спорит!

Спорит совсем! И если вы в реальной ситуации не выключили прибор в момент t_1 и ждете момента t_2 , когда температура снова станет равна 1760 К, то дождетесь многого! А именно: заполнения помещения черным удушливым дымом, приезда пожарных и риторических вопросов: «Кто это сделал!?»

Ясно, что отключать прибор надо в момент времени t_1 .

Осталось найти t_1 . Решим квадратичное неравенство: $-t^2 + 20t - 36 \leq 0$.

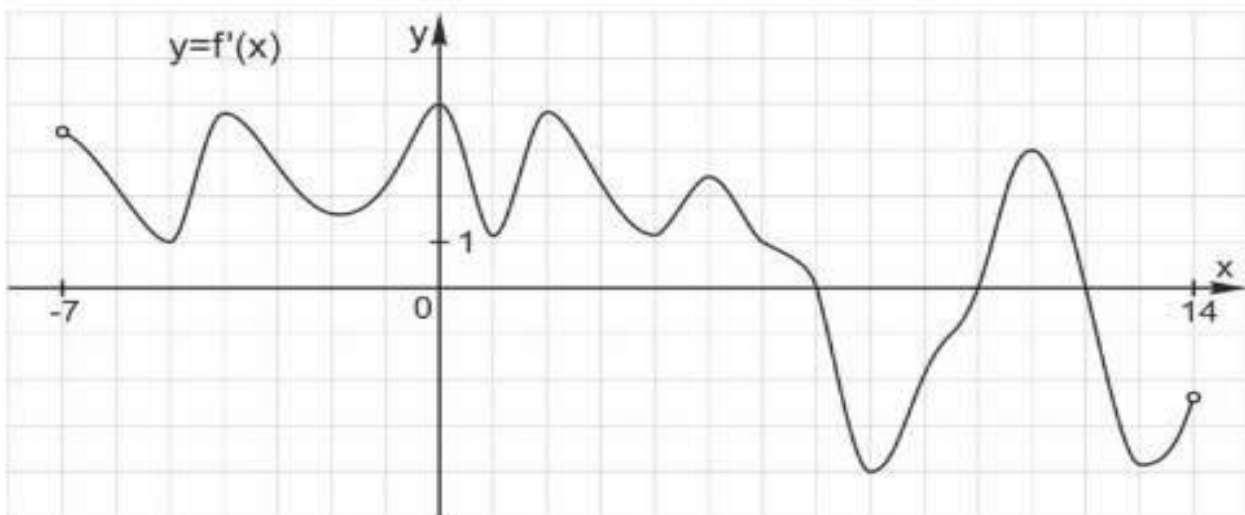
Корни соответствующего квадратного уравнения: $t_1 = 2$, $t_2 = 18$

Мы нашли, что $t_1 = 2$.

Ответ: 2.

8. 3-е место. Производная. Во-первых, пора наконец понять, что это такое. И что функция и ее производная – это не одно и то же. Во вторых, надо внимательно читать условие!

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 9]$.



Решение:

Очень внимательно читаем условие задачи. Изображен график производной, а спрашивают о точках максимума функции. В точке максимума производная равна нулю и меняет знак с «плюса» на «минус». На отрезке $[-6; 9]$ такая точка всего одна! Это $x=7$.

А вот эти все «горки», которые вы старательно пытаетесь посчитать, - это точки максимума производной, и о них вас спросят не сейчас, а на первом курсе.

Ответ: 1.

9. 2-е место. Снова производная. Запомни: точка минимума функции и наименьшее значение функции на отрезке – это не одно и то же!

Найдите наименьшее значение функции $y = 4x^2 - 10x + 2 \ln x - 5$ на отрезке $[0, 3; 3]$.

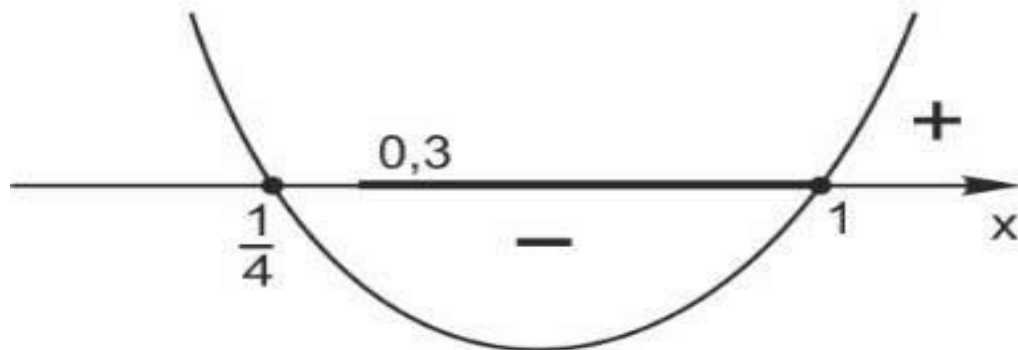
Решение:

Найдем производную функции $4x^2 - 10x + 2 \ln x - 5$ и приравняем ее к нулю.

$$y'(x) = 8x - 10 + \frac{2}{x};$$

$$y'(x) = 0 \text{ при } x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{4}.$$

Найдем знаки производной.



Точка $x_1 = 1$ – точка минимума функции $y(x)$. Точка $x_2 = \frac{1}{4}$ не лежит на отрезке $[0, 3; 1]$. Поэтому $y(0, 3) > y(1)$ и $y(3) > y(1)$. Значит, наименьшее значение функции на отрезке $[0, 3; 1]$ достигается при $x = 1$. Найдем это значение.

$$y_{\min}(x) = y(1) = 4 - 10 - 5 = -11$$

Ответ: -11.

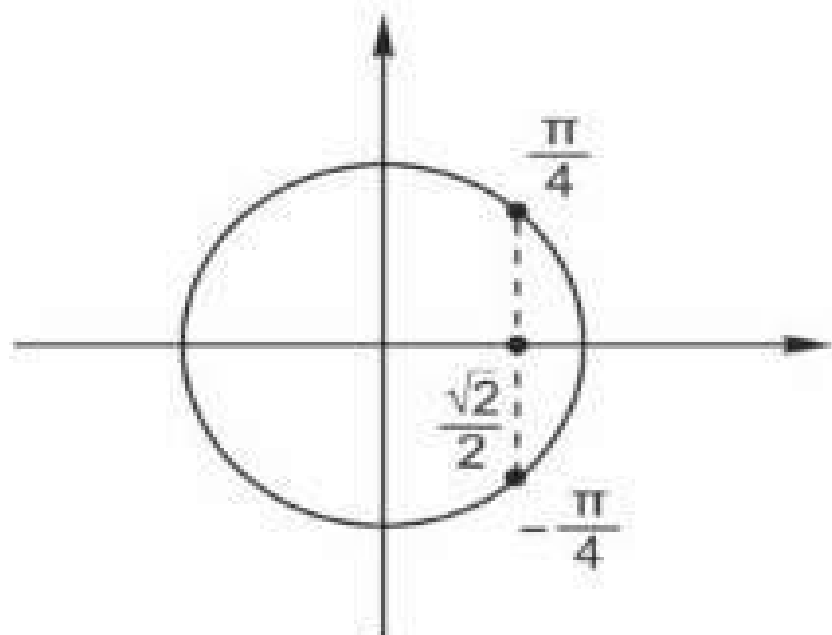
10. И наконец, 1-е место. Знаешь ли ты, что в задании 5 (Уравнение) вам может встретиться настоящая задача из 2 части ЕГЭ? Настоящее тригонометрическое уравнение, как в задаче 13. С отбором корней. Какая коварная ловушка!

Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(x+1)}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

Типичная ошибка – решать это уравнение в уме. Мы не будем так делать! Несмотря на то, что это задание включено в первую часть варианта ЕГЭ, оно является настоящим тригонометрическим уравнением, при отборе решений.

Сделаем замену $\frac{\pi(x+1)}{4} = t$. Получим: $\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Получаем решения: $t = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$. Вернемся к переменной x .

$$x + 1 = \pm 1 + 8n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = 8n, n \in \mathbb{Z} \\ x = -2 + 8n \end{cases}$$

Первой серии принадлежат решения -8; 0; 8...

Вторая серия включает решения -2; 6; 14...

Наибольший отрицательный корень – тот из отрицательных, который ближе всех к нулю. Это $x = -2$.

Ответ: -2.

Интернет-ресурсы для подготовки к ЕГЭ по математике

<http://www.fipi.ru> - портал информационной поддержки мониторинга качества образования, здесь можно найти Федеральный открытый банк заданий, а также демоверсии заданий ЕГЭ по всем предметам

<https://sdamgia.ru> - образовательный портал для подготовки к ЕГЭ по всем предметам! Онлайн тесты и подробное пояснение к задачам и вопросам

<https://www.yaklass.ru> - образовательный портал для учащихся 1-11 классов, где можно повторить весь необходимый теоретический материал, а также пройти онлайн - тестирование

<https://foxford.ru/wiki/matematika> - в Фоксфорд.Учебнике, раздел Математика, к некоторым темам прилагаются видео с объяснениями.